

## НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ В ЗОНЕ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ В ПРОЦЕССЕ РЕЗАНИЯ МЕТАЛЛОВ

Л. М. СЕДОКОВ

(Представлено научным семинаром кафедры сопротивления материалов)

Определение компонентов напряженного состояния является необходимым предварительным условием расчета величины действующих усилий в любом процессе деформации.

Предположение о том, что в процессе резания напряженное состояние соответствует деформированному, как это делает Л. С. Мурашкин [1] и некоторые другие исследователи, необоснованно, так как процесс пластической деформации при резании металлов является процессом сложного нагружения, для которого соответствие напряженного состояния деформированному не является обязательным.

Поэтому целесообразно определить компоненты напряженного состояния независимо от деформированного состояния металла, превращаемого в стружку.

На рис. 1 а выделен элемент, одна грань которого параллельна передней грани режущего инструмента, вторая грань перпендикулярна

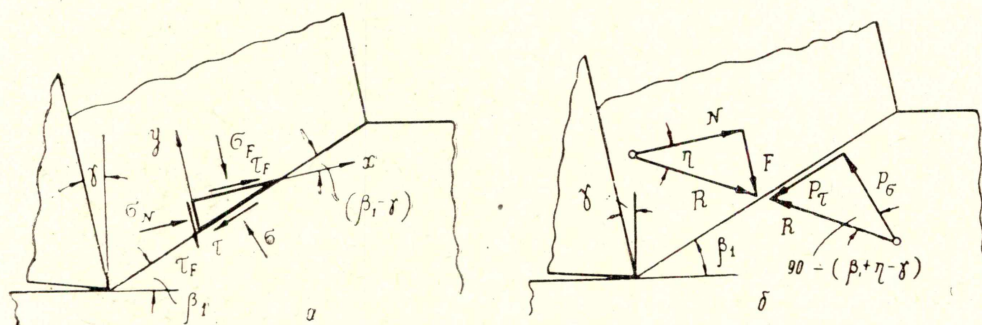


Рис. 1. Равновесие элементарного объема металла, превращаемого в стружку.

ей и третья совпадает с плоскостью сдвигов. На грань выделенного элемента, параллельную передней грани режущего инструмента, действуют нормальные напряжения  $\sigma_N$  и касательные напряжения  $\tau_F$ . На перпендикулярную грань выделенного элемента будут действовать касательные напряжения  $\tau_F$  и нормальные напряжения  $\sigma_F$ . На рис. 1  $\beta_1$  — угол сдвигов,  $\gamma$  — передний угол резца,  $\eta$  — угол трения.



Касательные напряжения в плоскости сдвигов могут быть определены из условия равновесия рассматриваемого элемента

$$\tau = \sigma_N \left\{ \frac{1-\alpha}{2} \sin(\beta_1 - \gamma) + \nu \cos 2(\beta_1 - \gamma) \right\}. \quad (1)$$

Нормальные напряжения

$$\sigma = \sigma_N \{ \sin^2(\beta_1 - \gamma) + \nu \sin 2(\beta_1 - \gamma) + \alpha \cos^2(\beta_1 - \gamma) \}. \quad (2)$$

В уравнениях (1) и (2) принято следующее обозначение:

$$\alpha = \frac{\sigma_F}{\sigma_N}; \quad \nu = \frac{\tau_F}{\sigma_N}.$$

Поскольку зона пластической деформации металла, превращаемого в стружку, принимается для обычных условий резания весьма узкой и для практических расчетов заменяется одной плоскостью, деформированное состояние признается однородным, то напряженное состояние металла вдоль плоскости сдвигов можно принять неизменным.

На передней грани режущего инструмента будут действовать нормальные напряжения  $\sigma_N$  и касательные  $\tau_F$ , отношение между которыми будет равно среднему значению коэффициента трения  $\nu$ . По перпендикулярной грани элементарного объема в силу закона парности касательных напряжений будут действовать такие же по величине касательные напряжения  $\tau_F$ .

Остается выяснить соотношение нормальных напряжений, действующих на двух взаимно перпендикулярных гранях элементарного объема, т. е. коэффициент  $\alpha$ , зная который, можно рассчитать величину нормальных и касательных напряжений, действующих в плоскости сдвигов.

Условие равновесия элементарного объема требует, чтобы равнодействующая всех сил на двух взаимно-перпендикулярных сторонах его была равна общей силе, действующей в плоскости сдвигов.

Проекция всех сил, действующих на двух взаимно-перпендикулярных сторонах рассматриваемого элемента, на оси  $x$  и  $y$  будут соответственно равны

$$\Sigma X = \tau_F dz dx + \sigma_N \operatorname{tg}(\beta_1 - \gamma) dz dx,$$

$$\Sigma Y = \sigma_F dz dx + \tau_F \operatorname{tg}(\beta_1 - \gamma) dz dx.$$

Нетрудно видеть, что при неизменном напряженном состоянии вдоль плоскости сдвигов отношение этих проекций между собой будет равно отношению нормальной и касательной сил, действующих на передней грани режущего элемента. Следовательно,

$$\frac{\sigma_F + \operatorname{tg}(\beta_1 - \gamma) \tau_F}{\tau_F + \operatorname{tg}(\beta_1 - \gamma) \sigma_N} = \frac{F}{N} = \nu.$$

Полученное выражение позволяет установить связь между нормальными напряжениями в двух взаимно-перпендикулярных площадках элементарного объема

$$\alpha = \frac{\sigma_F}{\sigma_N} = \nu^2. \quad (3)$$

Подставив в уравнения (1) и (2) значение коэффициента  $\alpha$  по условию (3), можно получить соотношение между касательной и нормальной силами, действующими в плоскости сдвигов, которое, с другой



стороны, должно быть равно  $\operatorname{tg}[(\beta_1 - \gamma) + \gamma]$ . На основании сказанного получим

$$\frac{\sigma}{\tau} = \frac{\operatorname{tg}^2(\beta_1 - \gamma) + \mu^2 \operatorname{tg}(\beta_1 - \gamma) + \mu^2}{(1 - \mu^2) \operatorname{tg}(\beta_1 - \gamma) + \mu - \mu \operatorname{tg}^2(\beta_1 - \gamma)} = \frac{\operatorname{tg}(\beta_1 - \gamma) + \mu}{1 - \mu \operatorname{tg}(\beta_1 - \gamma)}.$$

Это выражение является тождеством, что свидетельствует о справедливости зависимости (3).

Главные напряжения для элемента металла, превращаемого в стружку, определяются по напряжениям, действующим на 2 взаимно перпендикулярных площадках

$$\sigma_{3,1} = \frac{\sigma_N}{2} \left\{ (1 + \alpha) \pm \sqrt{(1 - \alpha)^2 + 4\mu^2} \right\}.$$

Заменяя коэффициент  $\alpha$  через коэффициент трения по условию (3), найдем главные напряжения в зоне пластической деформации при резании металлов

$$\sigma_3 = \sigma_N(1 + \mu^2); \quad \sigma_1 = 0. \quad (4)$$

Следовательно, напряженное состояние в зоне пластической деформации при резании металлов во всех случаях с учетом общеизвестных упрощений схемы этого процесса является линейным (одноосным) сжатием.

Здесь важно отметить, что зависимость (3) хорошо удовлетворяет двум характерным частным случаям. Когда коэффициент трения  $\mu = 0$ , то процесс резания ничем не отличается от обычного одноосного сжатия

$$\tau_F = 0; \quad \sigma_F = 0; \quad \sigma_3 = \sigma_N; \quad \tau = \sigma = \frac{\sigma_N}{2}.$$

Когда коэффициент трения  $\mu = 1$ , то, как показывают опыты, разность углов  $(\beta_1 - \gamma)$  близка к нулю,  $\sigma_F = \tau_F$ , угол между плоскостью сдвигов и направлением равнодействующей силы будет близок к  $45^\circ$ , что свидетельствует о равенстве нормальных и касательных напряжений в плоскости сдвигов  $\sigma = \tau$ .

Очевидно, можно найти такое значение коэффициента  $\alpha$ , отличное от  $\mu^2$ , которое будет удовлетворять этим двум характерным случаям стружкообразования, но для соблюдения условия равновесия выделенного элемента тогда необходимо предположить переменность отношения  $\tau_F : \sigma_F$  вдоль плоскости сдвигов, что возможно лишь при других схемах стружкообразования и других схемах действующих сил.

Итак, принимая схему стружкообразования с единственной плоскостью сдвигов как схему, примерно верно отражающую механизм пластической деформации при резании металлов, мы обязаны принять  $\alpha = \mu^2$ , что приводит к признанию напряженного состояния при резании металлов линейным, хотя деформированное состояние, как показывают исследования [2], будет иное — сдвиг, смежный со сжатием. Тот факт, что в двух характерных случаях (3) соответствует действительности, еще раз подтверждает практическую возможность замены зоны пластической деформации при обычных режимах резания одной плоскостью сдвигов.

На рис. 2 проведено построение круга напряжений для процесса резания металлов. Используя понятие полюса круга напряжений [3], легко получить направление главного напряжения, совпадающее с направлением равнодействующей всех сил на передней грани режущего инструмента  $R$ . На основании проведенного построения можно сделать вывод о том, что направление плоскости максимальных касательных



напряжений в общем случае не совпадает с плоскостью сдвигов, между ними есть угол  $\rho$ .

Изложенное позволяет решать вопрос о величине касательных напряжений в плоскости сдвигов как о напряжениях в наклонной площадке. Однако при этом необходимо иметь в виду то, что пластическая

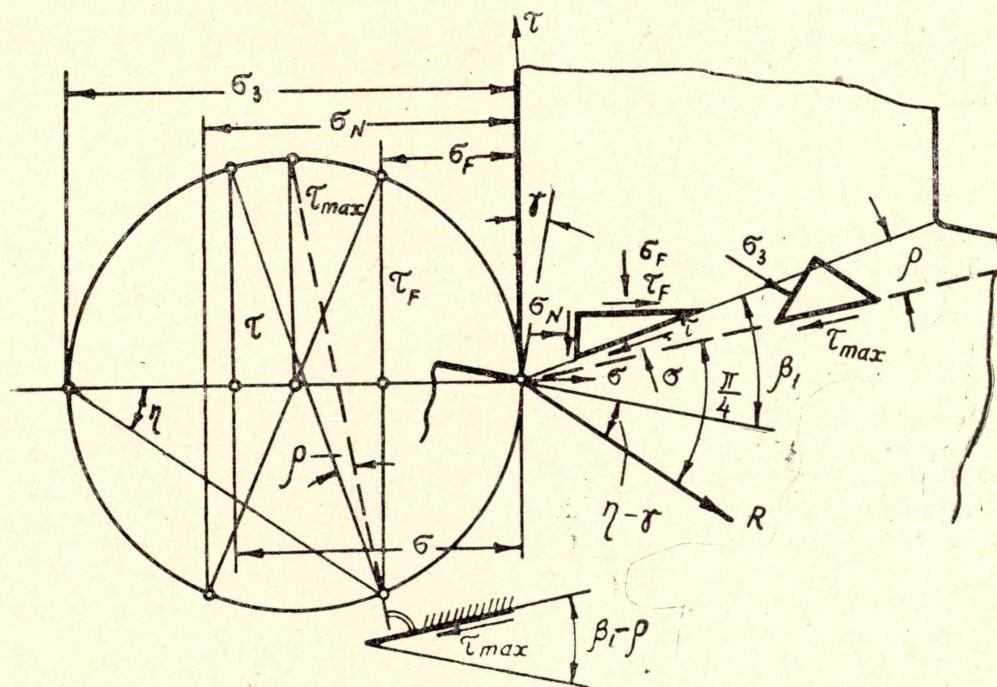


Рис. 2. Определение направления главных напряжений и величины касательных напряжений, действующих в плоскости сдвигов.

деформация согласно принятой схеме стружкообразования начинается и завершается в одной и той же плоскости. Следовательно, касательные напряжения в плоскости сдвигов будут средними за весь период деформации, т. е. будут средними между пределом текучести и напряжениями, соответствующими конечной стадии пластического деформирования.

Кроме того, необходимо учесть, что при одном и том же значении максимального сдвига наибольшее удлинение при резании составит  $\frac{3}{4}$  наибольшего удлинения при осевом пластическом сжатии. Поэтому можно предположить, что напряжение при резании будет в  $\frac{4}{3}$  раза больше соответствующих напряжений сжатия, если величина максимального сдвига будет одной и той же.

Следовательно, касательные напряжения в плоскости сдвига при резании могут быть определены по формуле

$$\tau = \frac{4}{3} (\tau_{\max})_{\text{ср}} \cdot \cos 2\rho. \quad (5)$$

Здесь  $(\tau_{\max})_{\text{ср}}$  — средняя величина максимальных напряжений в процессе сжатия от начала пластической деформации до конечной стадии деформирования.

Используя закон политропы сжатия,

$$\sigma = \sigma_0 \left( \frac{h_0}{h} \right)^n,$$

где  $\sigma_0$ ,  $n$  — характеристики материала;



$h_0, h$  — начальная и текущая высота образца при сжатии. Учитывая известную связь максимально относительного сдвига с максимальным удлинением при сжатии

$$(g_{\max})_{\text{сж}} = \frac{3}{2} \ln \frac{h_0}{h},$$

величину средних в процессе пластического деформирования наибольших касательных напряжений как среднеарифметических, можно рассчитать по следующей формуле:

$$(\tau_{\max})_{\text{ср}} = \frac{\sigma_0}{4} (1 + e^{\frac{2}{3} n g_{\max}}).$$

Здесь  $e$  — основание натуральных логарифмов.

Тогда уравнение (5) можно будет записать так:

$$\tau = \frac{\sigma_0}{3} (1 + e^{\frac{2}{3} n g_{\max}}) \cos 2\rho. \quad (6)$$

Следовательно, на основании приведенного анализа напряженного состояния в зоне пластической деформации при резании металлов, зная физико-механические характеристики обрабатываемого металла ( $\sigma_0, n$ ), геометрию режущего инструмента ( $\gamma$ ) и усадку стружки, можно рассчитать направление плоскости сдвигов и направление плоскости максимальных касательных напряжений, величину касательных напряжений в плоскости сдвигов, безразмерные характеристики процесса резания [4], силу резания и ее составляющие.

Проверка уравнения (6) дает удовлетворительные результаты. Здесь важно также отметить, что непонятное до сих пор фактическое уменьшение величины касательных напряжений с ростом условного относительного сдвига, которое неоднократно зафиксировано исследователями [5], объясняется уравнением (6). В это уравнение входит угол  $\rho$ , который во многих случаях растет с ростом относительного сдвига, в то время как относительный сдвиг при малых значениях показателя политропы сжатия на величину касательных напряжений влияет незначительно.

Кроме того, если деформированное состояние при резании будет сдвиг, смежный со сжатием, причем доля сжатия будет значительной, то переходный коэффициент будет меньше величины, принятой в уравнении (5). Сказанное также объясняет значительный разброс экспериментальных значений величины касательных напряжений в плоскости сдвигов, который часто отмечается исследователями [5].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Мурашкин Л. С. Разрушение металла при свободном резании. Научно-технический информационный бюллетень. Машиностроение, № 11, 1958. Издание Ленинградского политехнического института имени М. И. Калинина.
2. Куфарев Г. Л. Экспериментальное изучение пластической деформации при резании металлов. Исследования по физике твердого тела, АН СССР, 1957.
3. Дарков А. В., Митропольский Н. М., Шапиро Г. С. Сопротивление материалов. Высшая школа, 1959.
4. Седоков Л. М. Безразмерные характеристики динамики процесса резания металлов. Известия Томского политехнического института, т. 96, выпуск 2, 1961.
5. Зорев Н. Н. Расчет проекций силы резания. Машгиз, 1958.